

2017年度

算 数

(その1)

受験番号	
氏名	花

算 数

(2017年度)

《注意》

- 試験開始の合図があるまでは、問題用紙を開けてはいけません。
- 問題(解答)用紙は3枚あります。試験開始の合図があったら、まず、問題(解答)用紙がそろっているかを確かめ、次に、すべての問題(解答)用紙に「受験番号」「氏名」「整理番号(下じきの下方の番号)」を記入しなさい。
- 試験中は、試験監督の指示に従いなさい。
- 試験中に、まわりを見るなどの行動をすると、不正行為とみなすことがあります。疑われるような行動をとってはいけません。
- 試験終了の合図があったら、ただちに筆記用具を置きなさい。
- 解答用紙は勢いである方を表にして、上から、(その1)(その2)(その3)の順に重ね、全体と一緒に裏返して置きなさい。
- 試験終了後、書きこみを行うと不正行為とみなします。

- 問題(解答)用紙の余白は計算などに使ってかまいません。ただし、答えを求めるのに必要な図・式・計算・考え方などを、枠内に書きなさい。
- 円周率の値を用いるときは、3.14として計算しなさい。

1 次の計算をし、分数で答えなさい。

$$\{1.68 \div (1\frac{1}{5} - 0.36) - (\frac{1}{3} + \frac{1}{4})\} \div (5.5 - 3\frac{5}{6})$$

$$\begin{aligned} &= \{1.68 \div (1.2 - 0.36) - \frac{7}{12}\} \div (\frac{33}{6} - \frac{23}{6}) \\ &= (1.68 \div 0.84 - \frac{7}{12}) \div \frac{5}{3} \\ &= (2 - \frac{7}{12}) \times \frac{3}{5} \\ &= \frac{17}{12} \times \frac{3}{5} = \frac{17}{20} \end{aligned}$$

答 $\frac{17}{20}$

2 以下の問いに答えなさい。

(1) 1時から2時までの1時間で、時計の秒針と短針の作る角の大きさが 120° になる時刻を2つ求めなさい。ただし、秒の値のみ帯分数を用いて答えなさい。

1時のとき、短針の方が長針より 30° 進んでいる。
 1分間に長針は 6° 、短針は 0.5° 時計回りに進む。長針と短針の作る角の大きさが 120° になるのは、長針の方へ 120° 、 240° 進んでいる時刻なので、 $(30+120) \div (6-0.5) = 27\frac{3}{11}$ 分 $27\frac{6}{11}$ 秒
 $(30+240) \div (6-0.5) = 49\frac{1}{11}$ 分 $49\frac{5}{11}$ 秒

答 1時 $27\frac{4}{11}$ 秒, 1時 $49\frac{5}{11}$ 秒

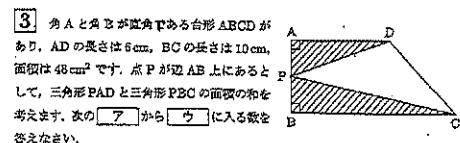
(2) 今、時計が1時ちょうどを示しています。この後、秒針と短針の作る角の大きさが 120° となるのが8回目の時刻を求めなさい。ただし、秒の値のみ帯分数を用いて答えなさい。

長針と短針が作る角の大きさが 120° となる時、長針は短針を追いこしてから 120° , 240° , 480° , 600° , 840° , 960° , 1200° , 1320° の差をつけていく。
 8回目の時刻は、1時より
 $(30+1320) \div (6-0.5) = 245\frac{5}{11}$ 分
 24時間後 $27\frac{3}{11}$ 秒後。

答 5時 $5\frac{5}{11}$ 分 $27\frac{3}{11}$ 秒

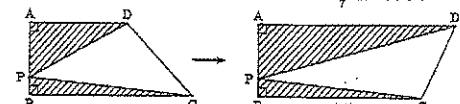
整理番号

--

3 角 A と角 B が直角である台形 ABCD があり、AD の長さは 6cm, BC の長さは 10cm, 面積は 48 cm^2 です。点 P が边 AB 上にあるとして、三角形 PAD と三角形 PBC の面積の和を考え方。次の [] から [] に入る数を答えなさい。(1) BP の長さが [] cm のとき、2つの三角形の面積の和は 21 cm^2 です。

AB の長さは $48 \div (10+6) \times 2 = 6\text{ cm}$
 BP の長さが 1cm 長くなると、2つの三角形の面積の和は $1 \times 10 \div 2 - 1 \times 6 \div 2 = 2\text{ cm}^2$ 多くなる。点 P が点 B に重なると、面積は $6 \times 6 \div 2 = 18\text{ cm}^2$ なので、 $A = (21-18) \div 2 = 1.5$

答 ア 1.5

(2) BP の長さが [] cm のとき、下図のように点 D を動かして AD の長さをもとの 2 倍にのばすと、2つの三角形の面積の和はもとの $\frac{10}{7}$ 倍になります。

AD の長さが 2 倍になると三角形 APD の面積は 2 倍になり、この増えた面積がもとの面積の和の $\frac{10}{7}-1=\frac{3}{7}$ 倍なので、AP の長さたのには「前」は三角形 APD と三角形 BCD の面積比は $\frac{3}{7}:(1-\frac{3}{7})=3:4$ 。高さの比は $6:10=3:5$ なので、底辺の比は $3:3:4:5=3:4:5$ 。したがって、 $1 = 6 \times \frac{4}{5+4} = \frac{8}{3}$

答 イ $\frac{8}{3}$

(3) BP の長さが [] cm のとき、点 D を動かして AD の長さをもとの 5 倍にのばし、点 C を動かして BC の長さをもとの 2 倍にのばすと、2つの三角形の面積の和はもとの $\frac{10}{7}$ 倍になります。

もとの三角形 APD の面積を ①、三角形 BCD の面積を ② とする。① + ④ : ⑤ + ② = $1:\frac{10}{3}=3:10$ 。
 したがって、 $10 \times (④+①) = 3 \times (⑤+②)$ 、つまり、
 ④ + ② = ⑤ + ①。ここから、⑤ = ④ だと分かる。(線う団から分かる) ① : ④ = 4:5 だと分かる。これはもとの 2 つの三角形の面積比で、高さの比は 3:5。よって底辺の比は $4:3:5:5=4:3$ で、 $1 = 6 \times \frac{3}{4+3} = \frac{18}{7}$

答 ウ $\frac{18}{7}$

小計

--

2017年度

算 数

(その2)

受験番号	
氏名	

4 ふだん、太一君は自宅から学校まで歩いて通っています。今週、太一君は自宅からある地点まで走り、残りは歩いて学校まで行くことにしました。月曜日は、自宅から99mだけ走ったところ、ふだんより1分早く学校に着きました。火曜日は、自宅から3分間だけ走ったところ、ふだんより8分早く学校に着きました。太一君は毎日同じ時刻に出发し、走る速さと歩く速さはそれぞれ一定とします。このとき、以下の問いに答えなさい。

(1) 太一君の歩く速さは分速何mですか。

3分間走ることで8分早くついたので、1分早くつくためには $\frac{3}{8}$ 分歩れば良い。このとき歩きの歩き方であるので、走る時は分速24m。また、99m歩くのにかかる時間は走った時より1分遅い $\frac{9}{8}$ 分なので、歩く時は歩速 $99 \times \frac{9}{8} = 72$ m。

答 分速 72 m

(2) 水曜日は、走った時間と歩いた時間が同じでした。木曜日は、自宅と学校のちょうど中央の地点まで走ったところ、水曜日よりも4分早く学校に着きました。太一君の自宅から学校までの距離は何mですか。

歩かず学校まで $(264 + 72) = 336$ とすると、
・太一君は 264だけ走り、72だけ歩くので
かかった時間は $(\frac{264}{24} + \frac{72}{72}) = 12$ 分。
・木曜日は 264だけ走り、72だけ歩くので
かかった時間は $(\frac{264}{24} + \frac{72}{72}) = 12$ 分。
二の差の $\frac{12}{22}$ 分が2日の差の4分より、 $\frac{12}{22} = \frac{3}{8}$
以上より、家から学校まで $\frac{3}{8} \times 336 = 1386$

答 1386 m

5 2つの空の容器AとBに、1800gの水を分けて入れ、以下の操作を行って同じ量の砂糖水を作ります。ただし、砂糖水の濃さとは、砂糖水の量に対する砂糖の量の割合のことです。

[操作1] Aに4gの角砂糖を1個、Bに3gの角砂糖を1個、それぞれ入れて溶かす。

[操作2] AとBの砂糖水の濃さを比べて、Aの方が濃いときはBに3gの角砂糖を1個入れて溶かし、Bの方が濃いときはAに4gの角砂糖を1個入れて溶かす。

まず[操作1]を行い、その後はAとBの砂糖水の濃さが同じになるまで[操作2]をくり返し行います。砂糖水の濃さが同じになったら操作を終えるものとして、以下の問い合わせなさい。

整理番号

小計

2017年度

算 数

(その3)

受験番号	
氏名	

(1) Aに入れる水の重さを1200gになると、AとBの砂糖水の濃さが同じになります。また、AとBに角砂糖をそれぞれ何個入れることになりますか。[操作1]を入れるものも合わせて答えなさい。

Aに入れた砂糖を口、Bに入れた砂糖を口とすると、AとBの砂糖水の割合はそれを $\frac{4x_0}{1200+4x_0}, \frac{3x_0}{600+3x_0}$ 。これが等しくなる最小の口は、口=3、口=2。

答 Aに 3 個、Bに 2 個

(2) Aに入れる水の重さを g、Bに入れる水の重さを g にすると、[操作1]の後[操作2]がちょうど10回行われ、AとBの砂糖水の濃さが同じになります。ただし、操作1で入れるものも合わせて、Aには角砂糖が2個以上入り、Aに入れる角砂糖の個数よりBに入れる角砂糖の個数の方が多いになります。このとき、口 : イ をできるだけ簡単な整数の比で表しなさい。

A,Bの砂糖水の割合は等しいので、

$$\frac{4x_0}{1200+4x_0} = \frac{3x_0}{600+3x_0} \Rightarrow \frac{4x_0}{1200+4x_0} + 1 = \frac{3x_0}{600+3x_0} + 1$$
また、操作1,2で合計12ヶ砂糖を入れている、濃さがそろうまぎにはAに口、Bに口を入れるためにには、口と口が互いに素でなければなりません。よって、他の条件を合わせて口=5、口=7とすると $x_0=21$

答 口 : イ = 5 : 7

(3) Aに入れる水の重さを ウ g、Bに入れる水の重さを エ g にすると、[操作1]の後[操作2]が30回以上行われ、AとBの砂糖水の濃さがどちらも6.25%になります。このとき、ウ : エ = イ : エ をできるだけ簡単な整数の比で表しなさい。

A,Bの濃さについて、

$$\frac{4x_0}{1200+4x_0} = \frac{6.25\% \text{ 逆数}}{100} \Rightarrow \frac{4x_0}{1200+4x_0} + 1 = \frac{100}{6.25} = 16$$
なので、ウ = $6.25 \times 16 \times 4x_0 = 400x_0$ g、エ = $16 \times 4x_0 = 64x_0$ g、口と口が互いに素にならなければ(0, 口) = (21, 4), (9, 28) のみ、しかし操作2は30回以上行われているので、砂糖水は合計32ヶ口に入れている。これに合うのは
 $0 = 9, \text{ 口} = 28$ のみ。よって、ウ : エ = $4 \times 9 : 3 \times 28 = 36 : 84 = 3 : 7$

答 ウ : エ = 3 : 7

2017年度

算 数

(その3)

6 111, 1121のように、1, 2の2個類の数字だからなる整数を考えます。このような整数 Aに対し、以下の規則で定まる整数を [A] と表します。

(規則1) Aが1桁の整数1, 2の場合、[1] = 2, [2] = 1とします。

(規則2) Aが2桁以上の整数で一番大きな位の数字が1の場合、つまり、Aが1Bと表せるときは、[A] = Bとします。例えば、

$$[12] = 12,$$

$$[2112] = 2112$$

です。

(規則3) Aが2桁以上の整数で一番大きな位の数字が2の場合、つまり、Aが2Bと表せるときは、[A] = [B][B]とします。ただし、[B][B]は[B]を2つ並べてできる整数を表します。例えば、

$$[22] = [2][2] = 11,$$

$$[2112] = [1121][1121] = 121121,$$

$$[2211] = [211][211] = [11][11][11][11] = 1111$$

です。

このとき、以下の問い合わせなさい。

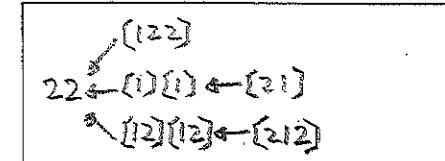
(1) [2112], [2211]を求めなさい。

$$[2112] = ([112][112]) = 12112$$

$$[2211] = [211][211] = ([11][11][11][11]) = 1111$$

$$\text{答 } [2112] = 12112, [2211] = 1111$$

(2) [A] = 22となる整数Aは3つあります。このようなAをすべて求めなさい。



$$\text{答 } 2112, 22112, 1111$$

(3) [A] = 4となる整数Aは1つだけあります。このようなAを求めなさい。

Aが1から28までと1ヶ減るので、必ずAは28と表せる。21B'の形を探すと2121が見つかるので、これが答え。

$$\text{答 } 2121$$

(4) 衣の条件をともにみたす整数Aをすべて求めなさい。ただし答の箱はすべて使うとは限りません。

・Aは6桁以下の整数です。

・Aは22で割り切れる8桁の整数です。

6ヶのAから8ヶの(A)に増えていくため、少しづつとも1回は1番大きい位が2でかっこか増えていく。よって、(A)が求まる1歩前の状態は、

- ・(B)(E)(E)(E)(B)(B)(B)(B)
- ・(1B)(1B)(1B)(1B)(1B)(1B)(1B)(1B)
- ・(1B)(1B)(1B)(1B)(1B)(1B)(1B)(1B)
- ・(1B)(1B)(1B)(1B)(1B)(1B)(1B)(1B)
- ・(1B)(1B)

ここで、(B)とは、(1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128)のうち、(1, 2)が並んでいます。

- ・B, B, B, B, B, B, B, B, (=222B) = (2221B')
- ・B, B, B, B, B, B, B, B, (=221B2)
- ・B, B, B, B, B, B, B, B, (=21B4)

の形にたどり272の倍数を探す。272は4の倍数より、末尾は必ず“2”の2が、(A)は「1112△112」の形の千葉ののみ以上より、B2 = 12, B4 = 112, 1212, 2112, 2212としてAを求める。

答 22112	211112	211212
212112	212212	

整理番号	
小計	