

[1] 整数 $\bigcirc$ から整数 $\triangle$ までの連続した整数の和は、

$$(\bigcirc + \triangle) \times (\triangle - \bigcirc + 1) \div 2 \quad \text{となる。}$$

$$\begin{array}{r} \overbrace{\bigcirc \quad \bigcirc+1 \quad \cdots \quad \triangle-1 \quad \triangle}^{\triangle-\bigcirc+1 \text{ 個}} \\ +) \quad \triangle \quad \triangle-1 \quad \cdots \quad \bigcirc+1 \quad \bigcirc \\ \hline \bigcirc+\triangle \quad \bigcirc+\triangle \quad \cdots \quad \bigcirc+\triangle \quad \bigcirc+\triangle \end{array}$$

(1) $(\bigcirc + \triangle) \times (\triangle - \bigcirc + 1) = 50 \times 2 = 100$ となる

$\bigcirc$ と $\triangle$ を探す。

100 の約数は 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100 であることをふまえて $\bigcirc$ と $\triangle$ を探すと、

$\bigcirc$ より $\triangle$ の方が大きいので、

$$(\bigcirc, \triangle) = (8, 12), (11, 14)$$

答えは $\langle 8 \sim 12 \rangle, \langle 11 \sim 14 \rangle$

(2) $1000 \times 2 = 2000$ の約数は 1, 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20, 25, 40, 50, 80, 100, 125, 200, 250, 400, 500, 1000, 2000。

(1) と同じように考えると、答えは $\langle 28 \sim 52 \rangle, \langle 55 \sim 70 \rangle, \langle 198 \sim 202 \rangle$

(3) $2022 \times 2 = 4044$ の約数は 1, 2, 3, 4, 6, 12, 337, 674, 1011, 1348, 2022, 4044

(1) と同じように考えると、答えは $\langle 163 \sim 174 \rangle, \langle 504 \sim 507 \rangle, \langle 673 \sim 675 \rangle$

[2]

(1) 1人目の警察官が2km以内の移動でかけつけられない交差点は、
4-アと4-ウの2か所。

この2か所に2km以内の移動でかけつけられるような交差点は、

3-イ、4-ア、4-イ、4-ウの4か所。

(2) 考えられるもっとも少ない人数は 3人。(1-ア、3-エ、4-イなど)

2人の警察官ですべての交差点にかけつけられるようにするには、

1人が角にある交差点のうち2か所にかけつけられるようにしないといけない。

例えば、1人目を2-アに配置すると残りの角を考えて、2人目は2-エか3-エに配置されるか、いずれも移動できない交差点がある。他のパターンも、対称性より、うまく配置できない。

(3) 6km以内の移動で、すべての交差点に移動するためには、

4人とも角にある交差点のどれか1か所に移動できないといけない。

1人が移動できる交差点どうしの距離は、もっとも長くて12kmなので、13km以上はなれた2か所の交差点の両方に1人で移動できるようにはできない。

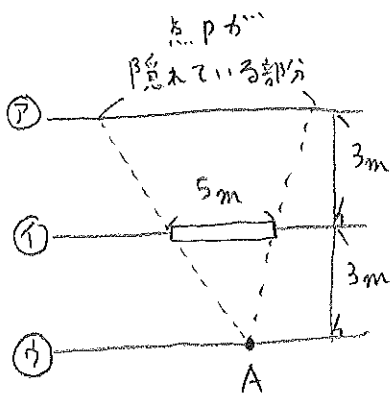
したがって、どの角からでも14kmはなれた8-フの交差点には、だれも移動できない。

一方で、7kmまで移動できる時、1-ソ、5-エ、11-シ、15-アに配置あればよい。

したがって、□に入るもっとも小さい整数は 7。

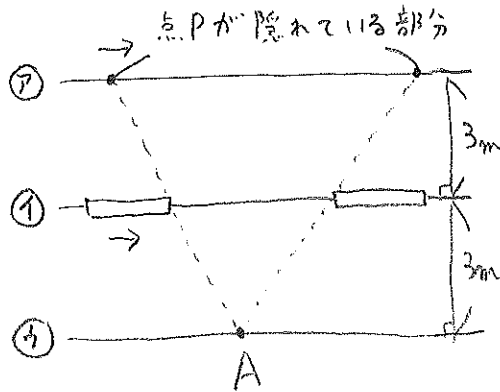
[3]

(1)



左の図より、隠れていた時間は $5 \times \frac{3+3}{3} \div 1 = 10$ 10秒

(2)

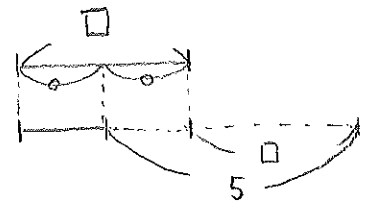


点Pが隠れていた時間を $\square$ 秒とすると、
相似の関係から、

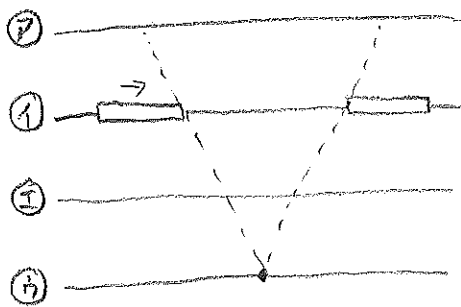
$$\square \times 1 : \square \times 2 - 5 = 2 : 1$$

したがって、 $\square = \frac{10}{3}$ なので、

隠れていた時間は $3\frac{1}{3}$ 秒



(3)



直線 PA と ㊧ 上の壁が交わる時間を $\square$ 秒とすると、
相似の関係から

$$\square \times 1 : \square \times 2 - 5 = 3 : 2$$

したがって、 $\square = \frac{15}{4}$

直線 PA と ㊨ 上の壁が交わる時間を $\bigcirc$ 秒とすると、
相似の関係から

$$\bigcirc : 5 - \bigcirc \times 2 = 3 : 1$$

したがって、 $\bigcirc = \frac{15}{7}$

点Pの隠れていた時間がもっとも短いのは、
点Pが ㊨ 上の壁に隠れていた時間が、㊧ 上の壁に
隠れていた時間の中に完全に含まれるときなので、

もっとも短い時間は $\frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$ 秒

点Pの隠れていた時間がもっとも長いのは、点Pが ㊧ 上の壁に隠れなくなったタイミングで
ちょうど ㊨ 上の壁に隠れ始めるときなので、

もっとも長い時間は $\frac{15}{4} + \frac{15}{7} = 5\frac{25}{28}$ 秒

[4]

(1) あきら君が 30人目を受付するのは、290秒後、

290秒後、せし君は 23人目、たかし君は 20人目の受付をしているので、

$$29 + 23 + 20 + 1 = 73$$

あきら君が受付をした30人目の番号は 73

(2)

390秒で3人の周期は一周し、そのときまでに3人で95人の受付をする。

(1)から、290秒後には73番目の受付をあきら君が開始するので、

680秒後には、あきら君が168番目の受付を開始する。

このとき、167番目の受付をせし君、166番目の受付をたかし君がして、

680秒後にあきら君が受付を終えたお客さんが、165番目になる。

(ア) 680秒後 (イ) あきら君

(3) 周期から、2022秒後に545番目の受付を終えることができるのはゆたか君のみ。

ゆたか君が2014秒後に545番目の受付を開始しないといけない。

他の3人が、2022秒後まで交代せずに受付をした時は、

あきら君は2020秒後に202人目の受付を終える。

せし君は2015秒後に155人目の受付を終える。

たかし君は、2010秒後に134人目の受付を終える。

ゆたか君が2014秒後に545番目の受付を開始するためには、たかし君と交代しないといけない。

ゆたか君とたかし君が交代するとき、交代は、 $545 - (202 + 155) = 188$ 人、たかし君とゆたか君で「受付おしきで」、

$$\begin{array}{r} 188人 \\ 15 + 15 + \dots + 15 + 8 + 8 + \dots + 8 = 2022 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 + 8 + \dots + 8 = 1504 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 + 7 + \dots + 7 = 518 \end{array}$$

74

そのとき、たかし君は74人、ゆたか君は114人受付をする。

交代したのは、たかし君が74人目の受付を終えた時なので、

$$74(人) \times 15(秒) = 1110(秒)$$

1110秒後に、たかし君と交代した。