

- (1) $2023 \div 3 = 674 \dots 1$ 3の倍数は 674枚
 $2023 \div 5 = 404 \dots 3$ 5の倍数は 404枚
 $2023 \div 15 = 134 \dots 13$ 15の倍数は 134枚
 取ったカードの枚数は、(3の倍数の枚数) + (5の倍数の枚数) - (15の倍数の枚数)
 となるので、 $674 + 404 - 134 = 944$ 944枚

- (2) 3と5の最小公倍数である15枚のカードごとに、とり順番は一周する。
 最初の15枚について考えると、

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

取らなかったカードの枚数: 8枚

∴ の合計: 60

1~15の間では上のようにカードが残ることがわかった。

ここで、次の16~30のカードについて考えると、とりカードの枚数と、とり順番は1~15の間と一致する。(とり順番とは、16~30の間で、何れは18は3番目である。)

したがって、16~30の間で残るカードは、1~15の残ったカードに15を足したものとまったく同じになる。残るカードは一周で8枚なので、16~30の間では残ったカードの合計は、

1~15の間の合計に対して、 $15 \times 8 = 120$ 増える。したがって、 $60 + 120 = 180$ 。
 同様に考えると、31~45, 46~60... も同じようになり、下の表のようになる。

カードの範囲 範囲の合計

1~15	60	91	92	93	94	95
16~30	$60 + 120$	96	97	98	99	
31~45	$60 + 120 \times 2$					
46~60	$60 + 120 \times 3$					
61~75	$60 + 120 \times 4$					
76~90	$60 + 120 \times 5$					

90~99については、右上のように一つずつ数えると、100より小さいものの合計は、

$$60 \times 6 + 120 \times (1 + 2 + 3 + 4 + 5) + 91 + 92 + 94 + 97 + 98$$

$$= 2632$$

2632

(3)

ワンダーファイ

(2)のように周期毎の合計を累えていくと、11周を終えたところでは、7777より小さく数えられた数に十分近づく。

このとき、1~165のカードの間で残ったカードの合計は、

$$60 \times 11 + 120 \times (1+2+3+4+5+6+7+8+9+10) = 7260$$

一枚ずつ残りを数ええると、

166, 167, 169, 172まで足した時点で、

$$7260 + 166 + 167 + 169 + 172 = 7934 > 7777 \text{ となり、条件を満たす。}$$

したがって、答えは 172 +

[2]

(1)

1	9	0	8	0	9
8	9		8	9	
1			1		

答え: 190, 809,

(2)

9	0	0
9	0	
9		

9	9	0
0	9	
9		

答え: 900, 990,

(3) 最後に書かれた数が 8 のとき、下から 2 段階は、08, 19, 91, 80 になる。

□	□	□	□	□
0	8		1	9
0	0	8	1	0
1	1	9	8	9
8	8	0		
9	9	1		

□	□	□
9	9	
0	8	8
1	9	9
8	0	0
9	1	1

3 けたの数のうち、左端が 0 になるものは、100 から 999 には含まれない。 答え: 9 個,

(4) 最後に書かれた数が 8 になる 4 けたの整数は、下から 3 段階は (2) では除外した、左端が 0 のものも含め、

12 種類考えられる。

それぞれ 4 けた目の数から、左端が 0 のものを除くと、26 個になる

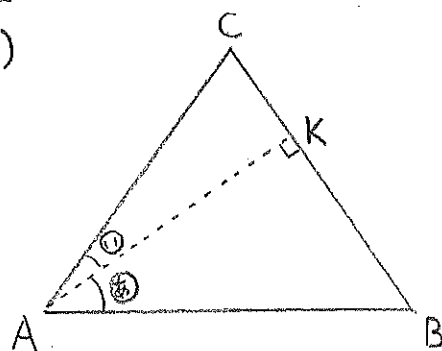
008	119	880	991	109	890	098	901	088	199	800	911
0008	0109	0800	0901	1009	8099	0091	0998	0080	1090	8000	0989
1119	2109	1911	9098	8990	1900	9908	9001	1191	8909	9111	0987
8880	7890	8088						8808		0888	9010
9991	9890	9199						9919		1999	9012

答え: 26 個,

[3]

ワンダーファイ

(1)



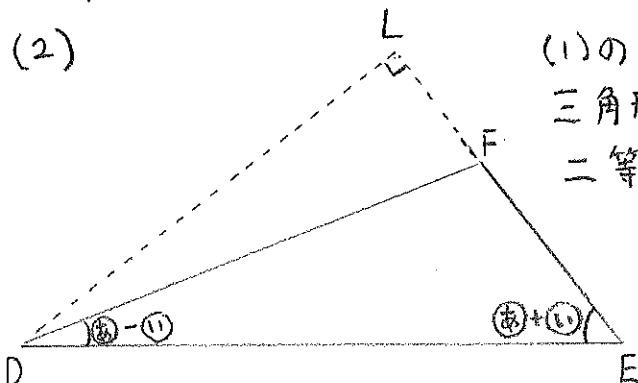
点Aから辺BCに垂直に下ろした線と、辺BCが交わる点をKとする。

$AK = 24\text{cm}$ のとき、三角形ACKとABKそれぞれの辺の比に注目すると、

$$CK = 24 \times \frac{7}{24} = 7\text{cm}, BK = 24 \times \frac{3}{4} = 18\text{cm}, AB = 24 \times \frac{5}{4} = 30\text{cm}$$

$$\text{したがって、} AB:BC = 30:(7+18) = 6:5$$

(2)



(1)の三角形ABCでは、 $AC = 24 \times \frac{25}{24} = 25\text{cm}$ なので、

三角形ABCは辺ACとBCの長さが等しい

二等辺三角形と分かる。したがって、角Bの大きさは

$(a) + (b)$ である。

一方、角AKBは 90° なので、角Bは $90^\circ - (a)$ でもある。

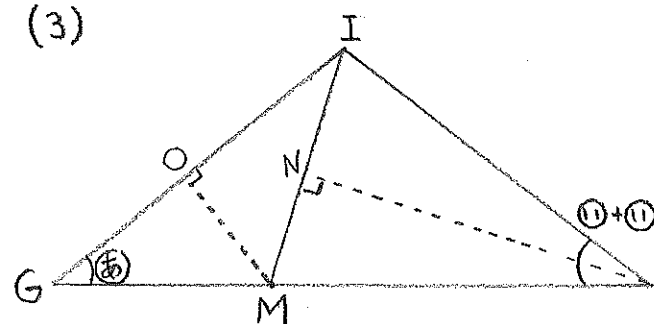
したがって、 $(a) + (a) + (b) = 90^\circ$ と分かる。

辺EFをのびした先に、角FLDが直角になるように点Lをおく。このとき、角DFLは $(a-b) + (a+b) = (a) + (a) = 90^\circ - (b)$ なので、角FDLは (b) 、角EDLは (a) となる。

$$LD = 24\text{cm} \text{ のとき、} DE = 24 \times \frac{5}{4} = 30\text{cm}, LF = 24 \times \frac{7}{24} = 7\text{cm}, LE = 24 \times \frac{3}{4} = 18\text{cm} \text{ なので、}$$

$$DE:EF = 30:(18-7) = 30:11$$

(3)



$HI = HM$ となるように、辺GH上に点Mをおき、

点Hから直線IMに垂直に下ろした線と、IMが交わる点をNとする。

二等辺三角形HMIについての角度を考えると、

角HMIの大きさは $90^\circ - (b) = (a) + (a)$ と分かる。

したがって、角MIGは (a) となり、MIGは

辺MIとMGの長さが等しい二等辺三角形である。

$$MN = 35\text{cm} \text{ のとき、角MHNが } (b) \text{ であることから、} MH = 35 \times \frac{25}{7} = 125\text{cm}。$$

$$\text{したがって、} IH = 125\text{cm} \text{ であり、角IHNも } (b) \text{ であるので、} IN = 125 \times \frac{7}{25} = 35\text{cm}。$$

点Mから辺IGに垂直に下ろした線と、辺IGの交わる点をOとする。

$$MI = 35 + 35 = 70\text{cm} \text{ なので } MG \text{ も } 70\text{cm} \text{ であり、角OGM、OIMが } (a) \text{ なので、}$$

$$OG = 70 \times \frac{4}{5} = 56\text{cm}, OI = 70 \times \frac{4}{5} = 56\text{cm}。$$

$$\text{したがって、} IG:GH = (56+56):(70+125) = 112:195$$

Aの信号は $30+10+20=60$ で60秒周期
 Bの信号は $40+10+30=80$ で80秒周期
 Cの信号は $50+10+40=100$ で100秒周期

(1)

11時0分00秒に家を出発すると。

Aには105秒後、Bには305秒後、Cには505秒後につく。

A: $0\sim30, 60\sim90, 120\sim150 \dots$ 秒後に青で渡れるが、105秒後には渡れない

→ 120秒後まで15秒待つ。

B: $0\sim40, 80\sim120, 160\sim200, 240\sim280, 320\sim360 \dots$ 秒後に青で渡れるが、305秒後には渡れない

→ 320秒後まで15秒待つ。

C: $0\sim50, 100\sim150, 200\sim250, 300\sim350, 400\sim450, 500\sim550$ 秒後に青で渡れるが、505秒後には渡れない

→ 待つ時間なし。

A, B, Cのどれを使っても、馬場までに歩く時間は。

$(105+200+200+10+25) \div 1 = 540$ で540秒 = 9分0秒なので。

もっとも早く着くのは、待ち時間がない、Cの信号を利用したとき。

11時9分0秒, C

(2)

60と80と100の最小公倍数は1200であるから、11時0分0秒からみて。

1200秒 = 20分後に、信号は同時に「赤」から「青」にかわる。

11時20分0秒を起点にすると、11時30分0秒は600秒後

したがって、

Aの場合: $600-25-200-200-10=165$ 165秒後までに。

Bの場合: $600-25-200-10=365$ 365秒後までに。

Cの場合: $600-25-10=565$ 565秒後までに。渡り始める必要がある。

A: $0\sim30, 60\sim90, 120\sim150, \dots$ 秒後なら渡れる

→ 165秒後までに渡り始めるなら、150秒後が最も遅い。

$150-105=45$ から、11時20分45秒に出なければならぬ。

B: $\dots 160\sim200, 240\sim280, 320\sim360 \dots$ 秒後なら渡れる。

→ 365秒後までに渡り始めるなら、360秒後が最も遅い。

$360-200-105=55$ から、11時20分55秒に出なければならぬ。

C: $\dots 300\sim350, 400\sim450, 500\sim550 \dots$ 秒後なら渡れる。

→ 565秒後までに渡り始めるなら、550秒後が最も遅い。

$550-200-200-105=45$ から、11時20分45秒に出なければならぬ。

上の3つを比べ、

11時20分55秒, B

(3)

ワンダーファイ

お姉さんはCに11時31分25秒に到着する。

(2)で基準としたのと同様11時20分00秒から考えると、685秒後。

Cは...500~550, 600~650, 700~750...秒後に渡るので、

お姉さんは685秒後以降で最も早い700秒後に渡り始める。

つまり、ゆたが君は700秒後にCの馬場側までにいなければならぬ。

Aの場合: $700 - 200 - 200 - 10 = 290$ 秒後

Bの場合: $700 - 200 - 10 = 490$ 秒後

Cの場合: $700 - 10 = 690$ 秒後までに渡り始めなければならぬ。

A: ...240~270, 300~330...秒後に渡るので、290秒後までに渡り始めるなら、

270秒後に渡り始めるのが最も遅い。

→ $270 - 105 = 165$ 11時22分45秒に家を出る。

B: ...400~440, 480~520...秒後に渡るので、490秒後に渡るとがぶる。

→ $490 - 200 - 105 = 185$ 11時23分5秒に家を出る。

C: ...500~550, 600~650...秒後に渡るので、690秒後までに渡り始めるなら、

650秒後に渡り始めるのが最も遅い。

→ $650 - 200 - 200 - 105 = 145$ 11時22分25秒に家を出る。

上の3つから、最も遅いのは、

11時23分5秒, B