

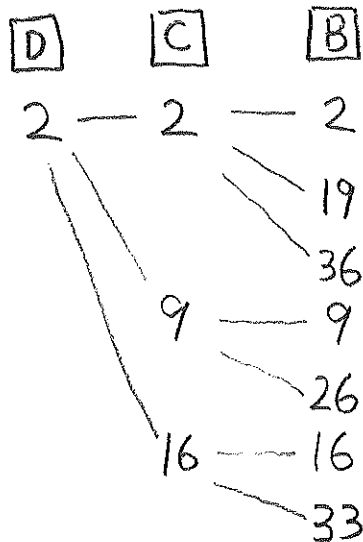
[1]

(1)  $\boxed{B}$  が 26 となる数は、 $26 + 37 \times \square$  のように書ける。

このうち、26 の次に小さいものは、 $26 + 37 = 63$

(2)  $\boxed{B}$ 、 $\boxed{C}$  はわったあまりなので、それぞれ 37 未満、17 未満である。

このことから、 $\boxed{D}$ 、 $\boxed{C}$ 、 $\boxed{B}$  として考えられる数の組み合わせは、下の図のようになる。



したがって、 $\boxed{A}$  を 37 でわったあまりは、

2, 9, 16, 19, 26, 33, 36 のどれかになる。

$2024 \div 37 = 54 \cdots 26$  なので、

$\boxed{A}$  として考えられる数は、 $54 \times 7 + 5 = 383$  個。

(3)  $\boxed{D}$  は  $\boxed{C}$  を 7 でわったあまりなので、 $\boxed{D}$  として考えられる数は 0 から 6 の 7 個。

$\boxed{C}$  と  $\boxed{D}$  はちがう数になるので、 $\boxed{C}$  として考えられる数は、

$0 + 7 = 7$  から 16 までの 10 個。

したがって、 $\boxed{B}$  として考えられる数は、 $7 + 17 = 24$  から  $16 + 17 = 33$  までの 10 個。

つまり、 $\boxed{A}$  を 37 でわったあまりが 24 から 33 のどれかになるので、

$\boxed{A}$  として考えられる数は、 $54 \times 10 + 3 = 543$  個。

(1)



「オモテの和」は、3つのサイコロの面の合計から、「ウラの和」を引いた値。

1つのサイコロの全ての面の和は  $1+2+3+4+5+6=21$

(i) 最も大きい数になる時、

「ウラの和」が最小となればよい。

3つの並んだサイコロの真ん中のサイコロの隠れた面の和は常に7なので、

両側のサイコロの隠れた面がどちらも1のとき、「ウラの和」は最小。

$$\text{「ウラの和」} = 1+1+7=9 \quad \text{「オモテの和」} = 21 \times 3 - 9 = 54$$

(ii) 最も小さい数になる時、

(i)のように考えると、「ウラの和」が最大となるのは、両側のサイコロの隠れた面がどちらも6のとき。

$$\text{「ウラの和」} = 6+6+7=19 \quad \text{「オモテの和」} = 21 \times 3 - 19 = 44$$

最大: 54 最小: 44

(2)

「オモテの和」 + 「ウラの和」 =  $21 \times 3 = 63$  である。(i)同様)

「オモテの和」が「ウラの和」でわり切れるとき、「オモテの和」は「ウラの和」の倍数。

したがって、63も「ウラの和」の倍数であり、逆に「ウラの和」は63の約数。

「ウラの和」が1, 3, 7, 9, 21, 63のいずれかである時、設問の条件を満たす。

図3のはり合わせ方で作れる最小の「ウラの和」は、左と奥のサイコロの隠れた面が1, 真ん中のサイコロの隠れた面が1と2のときで、 $1+1+2=5$

同じように、最大の「ウラの和」は  $6+6+6+5=23$ 。

5と23の間にある7, 9, 21は作れることが確認できるので、「ウラの和」は7, 9, 21。

「オモテの和」 =  $63 - \text{「ウラの和」}$  より、 42, 54, 56

(3) (2)と同じように考える。

「オモテの和」 + 「ウラの和」 =  $21 \times 4 = 84$  である。

「ウラの和」は84の約数であり、1, 2, 3, 4, 6, 7, 12, 14, 21, 28, 42, 84のいずれか。

図4は図3の左と真ん中のサイコロの間にもう一つサイコロを加えた形で、新しく加えたサイコロの隠れた面の和は必ず7。

したがって、最小および最大の「ウラの和」は(2)の時の値に7を加えた値。

最小の「ウラの和」 = 12, 最大の「ウラの和」 = 30。

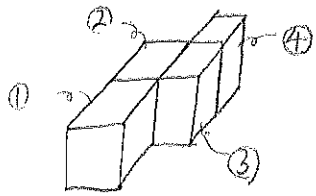
12と30の間にある12, 14, 21, 28は作れることが確認できるので、「ウラの和」は12, 14, 21, 28。

「オモテの和」 =  $84 - \text{「ウラの和」}$  より、 56, 63, 70, 72

(4)

ワンダーファイ

(i) 「オモテの和」が最大の時、「ウラの和」は最小。



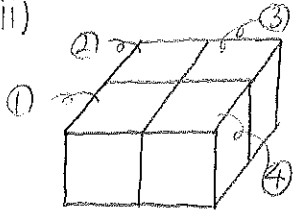
左の図のように並べ2, 隠れた面が, ①, ②, ③, ④の順に.

①...1, ②...1と2, ③...1と2, ④...1の時, 「ウラの和」は最小。

$$\text{「ウラの和」} = 1+1+2+1+2+1=8$$

$$\text{「オモテの和」} = 21 \times 4 - 8 = 76 \quad \underline{76}$$

(ii)



「オモテの和」が最小の時, 「ウラの和」は最大

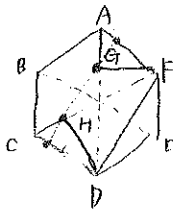
左の図のように並べ2, ①~④の全てのサイコロの隠れた面が5と6の時, 「ウラの和」は最大。

$$\text{「ウラの和」} = (5+6) \times 4 = 44$$

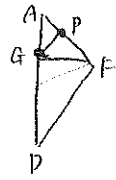
$$\text{「オモテの和」} = 21 \times 4 - 44 = 40 \quad \underline{40}$$

[3]

(1)



G, Hを通る直線上にPが来た時のみPGHは三角形になる。



GHとPFは平行でAG:DG=1:3なので

AP:PF=1:3でAPが $12 \times \frac{1}{1+3} = 3$ cmの時三角形になる。

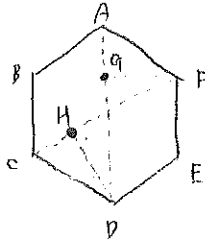
$$72-3=69$$

CD上のPについても同じように考えて

$$24+3=27$$

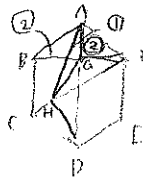
27, 69秒後

(2)

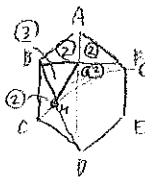


PがA, B, C, D, E, Fに着いた時のPGHの面積がどうなるかを考える。

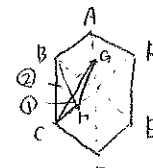
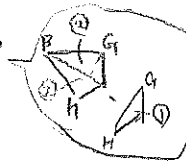
三角形AGFの面積を②とす。



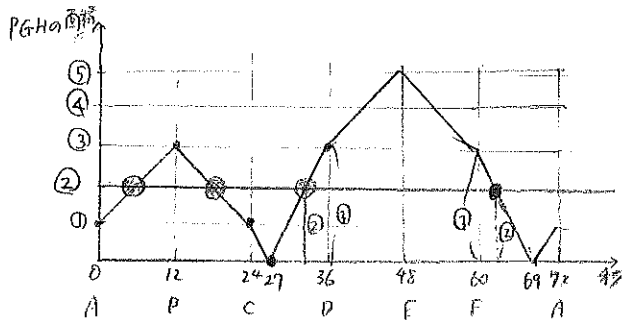
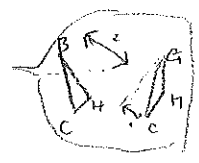
AHG ①



BHG ②



CHG ④

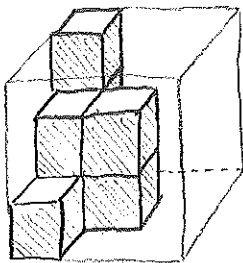


[4] 水そうの下から  $10\text{cm}$  を 1 段目、 $10\text{cm}$  から  $20\text{cm}$  を 2 段目、  
上から  $10\text{cm}$  を 3 段目とする。

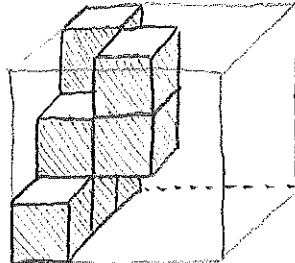
立方体 1 つの体積は  $10 \times 10 \times 10 = 1000\text{cm}^3 = 1\text{L}$  で、  
どの段にも最大 9 個の立方体が入る。

(1) 1 段目には立方体が 3 つあるので、入る水の量は  $9 - 3 = 6\text{L}$ 。  
2 段目には立方体が 2 つあるので、入る水の量は  $9 - 2 = 7\text{L}$ 。  
したがって、水は 2 段目の途中まで入るので、水面の高さは  
 $10 + (12 - 6) \times 1000 \div (10 \times 10 \times 7) = \frac{130}{7} = 18\frac{4}{7}\text{cm}$ 。

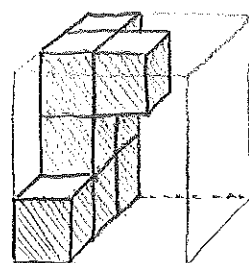
(2) ブロック A、B の置き方は、下の 3 通り。



(ア)



(イ)



(ウ)

(ア) のとき、2 段目までに入る水は  $18 - 7 = 11\text{L}$  なので、水面の高さは  
 $20 + (12 - 11) \times 1000 \div (10 \times 10 \times 8) = 21\frac{1}{4}\text{cm}$ 。

(イ) のとき、2 段目までに入る水はちょうど  $12\text{L}$  となり、水面の高さは  $20\text{cm}$ 。

(ウ) のとき、2 段目までは (イ) と同じなので、水面の高さは  $18\frac{4}{7}\text{cm}$ 。

したがって、考えられる水面の高さは  $18\frac{4}{7}, 20, 21\frac{1}{4}\text{cm}$ 。

(3) 水そうの中で水もブロックも入らない部分の体積は、 $27 - (6 + 2 + 3) - 12 = 4\text{L}$ 。

3 段目に入る立方体の個数として考えられるのは 1 から 5 であり、

このうち実際にあり得るのは、ブロック C の置き方を考えると 2, 3, 4, 5 だと分かる。

したがって、水もブロックも入らない部分は 3 段目にのみ現れ、その高さは

$$4000 \div 700 = \frac{40}{7}\text{cm}, \quad 4000 \div 600 = \frac{20}{3}\text{cm}, \quad 4000 \div 500 = 8\text{cm}, \quad 4000 \div 400 = 10\text{cm}.$$

水面の高さは、 $30\text{cm}$  から上の値を引いて、

$$20, 22, 23\frac{1}{3}, 24\frac{2}{7}\text{cm}$$