

[1]

(1) アには、1~3から一つ

ウには、4~6から一つ

キには、7~9から一つ 数字が入る。

ア、ウ、キの3つの数の合計が3の倍数になるのは、

ア ウ キ

1 4 7
 5 9
 6 8

2 4 9
 5 8
 6 7

3 4 8
 5 7
 6 9

9通り+

① 7,7,7,9,9 のとき 10通り

② 8,8,8,9,9 のとき 10通り

③ 7,8,9,9,9 のとき 20通り

④ 7,7,8,8,9 のとき 30通り 計70通り

オ、カ、キ、ク、ケのそれぞれの置き方について、

イ、ウ、エの置き方は6通り。

ウ、キが決まると、アに入る数字は1つに定まるので、置き方の数は、

$$70 \times 6 = 420$$

420通り+

(2) 4,4,5,5,6,6 の6つの数字から、

3つを選び、その合計が3の倍数になるのは、

4,5,6を1つずつ選ぶとき。

4,5,6をイ、ウ、エに置く置き方は、6通り。

イ、ウ、エのそれぞれの置き方について、

アの置き方は3通り。ア、ウ、エが決まると、キに入る数字は1つに定まるので、

置き方の数は、 $6 \times 3 = 18$

18通り+

(3) 7,7,7,8,8,8,9,9,9 の9つの数字から、

5つを選び、その合計が3の倍数になるのは、

① 7,7,7,9,9

② 8,8,8,9,9

③ 7,8,9,9,9

④ 7,7,8,8,9 この4つの組み合わせの場合、

それぞれの置き方は、

[2] 上から A 段目、左から B 列目のマスをも (A, B) と書くことにする。

ワンダーファイ

(1) (8, 8) は区画③の中で (3, 3) の位置にある。

1 区画の中に数は 25 個あるので、(8, 8) の数は $25 \times 2 + 7 = 57$ 。

(2) $203 \div 25 = 8 \dots 3$ なので、203 は⑨の (2, 2) にある。

したがって、求めるのは①、②、⑨の 2 段目にある数の合計。

①の 2 段目の合計は、 $4 + 3 + 8 + 11 + 24 = 50$ 。

①と②の同じ位置にある数の差は 25 なので、

②の 2 段目の合計は、 $50 + 25 \times 5$ 。

⑨についても同じように考えると、求める合計は、

$$50 + (50 + 25 \times 5) + (50 + 25 \times 5 \times 8) = 50 \times 3 + 25 \times 5 \times (1 + 8) = 1275 \text{ 。$$

(3) $1947 \div 225 = 8 \dots 147$ 、 $147 \div 25 = 5 \dots 2$ なので、

1947 は⑨の⑥の (4, 5) にある。

マス目全体では、上から $5 \times 2 + 4 = 14$ 段目、

左から $15 \times 2 + 5 \times 1 + 5 = 40$ 列目。

(4) $999 \div 225 = 4 \dots 99$ 、 $99 \div 25 = 3 \dots 24$ なので、

999 は⑤の④の (2, 5) にある。

したがって、求めるのは⑤、⑥、⑦の④、③、⑧の 2 段目の数の合計。

(2) より、①の①、②、⑨の 2 段目の合計は 1275 なので、

④、③、⑧の 2 段目の合計は $1275 + 25 \times 5 \times \{(4 + 3 + 8) - (1 + 2 + 9)\} = 1650$ 。

①と②では、同じ位置にある数の差は 225 なので、同じ段の合計の差は 225×15 。

⑤、⑥、⑦の④、③、⑧の 2 段目の合計は、

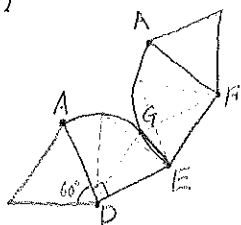
$$1650 \times 3 + 225 \times 15 \times (4 + 5 + 6) = 55575 \text{ 。$$

[3]

ワンダーファイ

(1) 正十二角形の内角は 150° である。①, ②, ③の順に正三角形を動かしたときの軌跡の長さは、

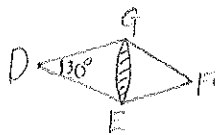
(ア) 図のように、中心角 90° の扇形の周部分2つの長さに等しい。



$$6 \times 2 \times 3.14 \times \frac{90}{360} \times 2 = 18.84$$

$$\underline{18.84 \text{ cm}}$$

(イ) Aがふがく線だけで囲まれた部分を含む、ひし形DEFGについて考える。



角DEFが正十二角形の内角と等しく 150° であるから、

角GDEは 30° 。よて、求めたい面積は、中心角 30° の扇形2つから、ひし形の面積を引けば求まる。

$$(\text{ひし形の面積}) = (\text{三角形DGEの面積}) \times 2$$

$$(\text{三角形DGEの面積}) = 6 \times 3 \times \frac{1}{2} = 9$$

$$(\text{囲まれた部分の面積}) = 6 \times 6 \times 3.14 \times \frac{30}{360} \times 2 - 9 \times 2 = 0.84 \quad \underline{0.84 \text{ cm}^2}$$

(2)(ア) ①, ②, ③の順に1回操作を行うと、正三角形の頂点のうち、正十二角形の辺と重なるのは点Aとなり、はじめの状態に戻る。このとき、辺BCは正十二角形の辺上を3つ移動しているため、

$12 \div 3 = 4$ から、①, ②, ③の操作を4回行くと、正三角形ABCははじめの位置に戻る。

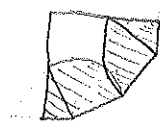
1回あたりのAがふがく線の長さは(1)(ア)より求まるため、求め長さは、 $18.84 \times 4 = 75.36$ $\underline{75.36 \text{ cm}}$

(イ) (ア)で求めた通り、①, ②, ③の操作は4回行われる。そのため、正十二角形の四分の一の部分について、

求め面積がわかれば、答えはその4倍となる。部分について、図は左下のようになる。

このとき、(1)(イ)で求めた部分だけでなく、正十二角形の中心を含む部分もAで囲まれたことに注意する。

すると、図の斜線部分の4倍が求め面積であることがわかる。



$$(\text{図の斜線部分の面積}) = (\text{正三角形ABCの半分}) \times 2 + (\text{中心角} 90^\circ \text{の扇形の面積}) \times 2 - ((1)(イ) \text{で求めた面積}) \times 2$$

$$= 3 \times 5.2 \times \frac{1}{2} \times 2 + 6 \times 6 \times 3.14 \times \frac{1}{4} \times 2 - 0.84 \times 2$$

$$= 70.44$$

$$\text{従て、求め面積は、} 70.44 \times 4 = 281.76 \quad \underline{281.76 \text{ cm}^2}$$

[4] (1) 自転車の速さは上り坂も下り坂も同じなので、
ふたりが同じ長さだけ自転車に乗った時だけ、
目的地に同時に着く。

したがって、地点 A から C までの道のりは 3000 m 。

(2) (ア) 地点 D が中間地点 M だとすると、

下り坂の自転車が上り坂より速いので、
学さんが先に B に着く。

したがって、学さんが自転車に乗る道のりは 3000 m より短く、
地点 D は下り坂の途中にある。

豊さんが自転車で 3000 m 上る間に $3000 \times \frac{1}{2} = 1500\text{ m}$ の差がつく。

この差を縮めるには、学さんが豊さんより $1500 \times \frac{4}{4-1} = 2000\text{ m}$ だけ
長く自転車で下る必要がある。

ふたり合わせて自転車で 3000 m 下るので、学さんが自転車で
下る道のりは $(3000 - 2000) \div 2 + 2000 = 2500\text{ m}$ 。

したがって、地点 A から D までの道のりは $6000 - 2500 = 3500\text{ m}$ 。

(イ) A から Q までの道のりが 4220 m なので、豊さんは学さんより

$(6000 - 4220) - (4220 - 3000) = 560\text{ m}$ 長く自転車で下る。

これにより生じる差を上り坂で縮めるためには、

学さんが豊さんより $560 \times \frac{3}{4} \times 2 = 840\text{ m}$ 長く自転車で上る必要がある。

したがって、地点 A から P までの道のりは、

$(3000 - 840) \div 2 = 1080\text{ m}$ 。